

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 1-5

ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY

Przedmiotowe zasady oceniania z przedmiotu matematyka.

Każdy uczeń jest oceniany zgodnie z zasadami sprawiedliwości. Ocena ma dostarczyć uczniom, rodzicom i nauczycielowi rzetelnej informacji o specjalnych uzdolnieniach, postępach i trudnościach ucznia

1. Sposoby sprawdzania osiągnięć ucznia: •prace pisemne (sprawdziany, kartkówki, testy); •ocena wykonywanych ćwiczeń; •ocena prac domowych (ćwiczenia, ocena zadań praktycznych wykonywanych przez ucznia); •ocena zaangażowania ucznia w realizację procesu kształcenia; •ocena pracy na lekcji (wypowiedzi ustne, udział w dyskusji, obserwacja zaangażowania uczniów w czasie wykonywania zadań w grupie).
2. Przy odpowiedzi ustnej i pisemnej ocenie podlegają: •w odpowiedziach ustnych - precyzja wypowiedzi, poprawność językowa, poprawność merytoryczna i kultura wypowiedzi •w pracach pisemnych - poprawność rozwiązania zadania, logiczność wypowiedzi, poprawność zastosowanej metody do rozwiązania zadania, zgodność odpowiedzi z pytaniem; •podczas pracy w grupie – sposoby podejmowania decyzji, współdziałanie w grupie, postawę podczas pracy, formę prezentacji wyników pracy
3. Ocenę klasyfikacyjną można wystawić z przynajmniej czterech ocen cząstkowych.
4. Każdy sprawdzian pisemny (po zakończeniu działu) jest zapowiedziany przynajmniej na tydzień przed terminem pisania.
5. Uczeń może poprawić ocenę ze sprawdzianu lub innej zapowiedzianej formy oceny w ciągu 2 tygodni od jej uzyskania. Ocenę można poprawić raz, a termin poprawy należy ustalić z nauczycielem. Uczeń może poprawiać również oceny pozytywne.
6. Uczeń nieobecny na sprawdzianie lub teście ma obowiązek napisać pracę w ciągu 1 tygodnia po nieobecności w szkole w terminie ustalonym przez nauczyciela (termin ten może ulec wydłużeniu po bardzo długiej nieobecności w szkole).
7. Uczeń, który nie napisze pracy pisemnej w ustalonym terminie otrzymuje ocenę niedostateczną.
8. Ocenione prace pisemne uczeń otrzymuje w ciągu 14 dni roboczych od daty ich napisania. Po omówieniu sprawdziany wracają do nauczyciela i są przez niego przechowywane do końca roku szkolnego.
9. Sprawdziany są udostępniane do wglądu rodzicom lub prawnym opiekunom ucznia na miejscu, w szkole.
10. Nauczyciel może przeprowadzić bez zapowiedzi „kartkówkę” obejmującą materiał z 3 ostatnich lekcji.
11. Uczeń ma prawo do dwukrotnego w ciągu semestru zgłoszenia nie przygotowania do lekcji. Wyjątek stanowią zapowiedziane sprawdziany.
12. Nieobecność na lekcji nie zwalnia ucznia z przygotowania do lekcji (chyba, że jest to dłuższa nieobecność np. pobyt w szpitalu, ponad tydzień zwolnienia). Ten fakt należy zgłosić nauczycielowi na początku lekcji.
13. Ocenie podlega zeszyt przedmiotowy, w którym uczeń ma obowiązek prowadzić notatki z lekcji i wykonywać zadania domowe.

14. Nauczyciel, na podstawie opinii poradni psychologiczno – pedagogicznej, dostosowuje wymagania edukacyjne do indywidualnych potrzeb psychofizycznych i edukacyjnych ucznia, u którego stwierdzono specyficzne trudności w uczeniu się.

15. Za prace na lekcji przyznawane są „plusy” lub „minusy” trzy plusy to 5, trzy minusy to 1

16. Plusy i minusy można otrzymać za aktywność na lekcji, rozwiązywanie zadań przy tablicy, twórczy wkład w przebiegu lekcji.

17. Ocena za „plusy” wpisywana jest jako ocena z aktywności.

18. Przyjmuje się następujący przelicznik procentowy przy ocenianiu prac pisemnych:

100% - celujący

96 – 99% + bardzo dobry

90 – 95% bardzo dobry

83 – 89% +dobry

75 – 82 % dobry

63 – 74% + dostateczny

50 – 62% dostateczny

43 – 49% + dopuszczający

30 – 42% dopuszczający

20 – 29% + niedostateczny

< 20% niedostateczny

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

**Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)**

**Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)**

**Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)**

**Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)**

**Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)**

## ZBIORY LICZBOWE. LICZBY RZECZYWISTE.

1	Zbiór. Działania na zbiorach
2	Zbiory liczbowe. Oś liczbowa
3	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych
4	Przedziały
5	Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych
6	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o równaniach
7	Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych
8	Nierówność z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metodą nierówności równoważnych
9	<i>Procenty<sup>1)</sup></i>
10	<i>Punkty procentowe<sup>1)</sup></i>
11	<i>Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie<sup>1)</sup></i>

1) Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony;	potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów);
zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się);	zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów;
potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych);	potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych;
potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem;	potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;
zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych	zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej;
potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych: N, Z, Q, R-Q	potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych;
zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej	zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
potrafi rozróżnić liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;	potrafi porównywać liczby rzeczywiste;
potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego;	potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej
umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły;	potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków;
potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej;	potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów;
zna definicję wartości bezwzględnej	potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału;
umie obliczyć wartość bezwzględną liczby	wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;
potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;	wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową

PODSTAWOWE

K	P
zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);	zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;
potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;	potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych;	potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;
rozumie pojęcie przedziału;	<i>potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;</i>
rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone;	<i>potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;</i>
zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego;	<i>potrafi obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny danego przybliżenia;</i>
potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;	<i>potrafi obliczyć błąd procentowy przybliżenia;</i>
potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy;	<i>potrafi szacować wartości wyrażeń</i>
wie , co to jest równanie z jedną niewiadomą;	
wie , co to jest nierówność z jedną niewiadomą;	
zna definicję rozwiązania równania (nierówności) z jedną niewiadomą;	
<i>potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;</i>	
<i>potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;</i>	
<i>potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;</i>	
<i>potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty);</i>	
<i>rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać;</i>	

DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;	potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych;
wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów:	potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni R;
potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów	potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie;
zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach;	umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej;
zna definicję liczb względnie pierwszych;	potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej
zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera $NWD(a,b)$ $NWW(a, b)= ab$ ;	wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych;
potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych;	potrafi wskazać przykład nierówności sprzecznej oraz nierówności tożsamościowej;

## DOPEŁNIAJĄCE

R

potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę;

potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;

D

wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;

*rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych);*

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;

## I. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.

1	Potęga o wykładniku naturalnym
2	Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej
3	Działania na wyrażeniach algebraicznych
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 2.
5	Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym
6	Potęga o wykładniku wymiernym
7	Potęga o wykładniku rzeczywistym
8	Określenie logarytmu.
9	Zastosowania logarytmów
10	Zdanie. Zaprzeczenie zdania
11	Zdania złożone. Zaprzeczenia zdań złożonych
12	Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia
13	<i>Przekształcanie wzorów<sup>1)</sup></i>
14	Średnie

1) Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego	zna metodę grupowania wyrazów
rozumie zasadę redukcji wyrazów podobnych	potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych
potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne	potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ; $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ; $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany	wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;
obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych	potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);
sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;	potrafi przeprowadzić dowód niewymierności pierwiastka z 2;
potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;	usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;	usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;	potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;

PODSTAWOWE

K	P
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;	potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych;
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;	potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;
potrafi dowodzić proste twierdzenia;	potrafi odróżnić definicję od twierdzenia;
potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;	zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;
umie określić wartość logiczną zdania prostego;	zna zasadę dowodzenia wprost
zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego	zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb
potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład)	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;
potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;
potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną	
zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb	
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;	
zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu;	

DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi mnożyć sumy algebraiczne	potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów
potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji	potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;	potrafi przeprowadzić dowód niewymierności pierwiastka z 3, 5, ...
sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;	porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;	zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce;
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi, na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną;
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;	wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawną oraz odwrotną i przeciwną;
potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;	potrafi negować zdania złożone;



## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;	rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;
potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem	zna zasadę dowodzenia nie wprost
potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem	potrafi przeprowadzić dowód prostych twierdzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych
potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem	potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności
potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe	potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;
potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;	stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych
potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.
potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;
potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych
potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego;
potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;



## II. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI.

1	Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji
2	Wykres funkcji
3	Dziedzina funkcji liczbowej
4	Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji
5	Miejsce zerowe funkcji
6	Monotoniczność funkcji
7	Funkcje różnowartościowe
8	Funkcje parzyste i nieparzyste
9	Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach
10	Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji <sup>1)</sup>

1) Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowani:	potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:
potrafi podać przykład funkcji;	a) dziedzina funkcji
potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;	b) zbiór wartości funkcji
potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;	c) miejsce zerowe funkcji
potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;	d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji
potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);	e) wartość funkcji dla danego argumentu
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);	f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała
potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;	g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne
potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);	h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;
	potrafi interpretować informacje <i>na podstawie wykresów funkcji</i> lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);
	potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru <i>lub wykresu funkcji</i> ;

## DOPEŁNIAJĄCE

R

D

potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;

potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;

potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;

potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;

potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;

potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;

potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;

zna definicję funkcji parzystej oraz nieparzystej;

potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;

potrafi zbadać na podstawie definicji parzystość (nieparzystość) danej funkcji;

potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;

potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;

*rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;*

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi (na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;

### III. FUNKCJA LINIOWA.

1	Proporcjonalność prosta
2	Funkcja liniowa. Wykres i miejsca zerowe funkcji liniowej
3	Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej
4	Własności funkcji liniowej – zadania różne
5	Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych
6	Wykresy wybranych funkcji <sup>1)</sup>

1) Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;	potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;	potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;	potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);	
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;	
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);	
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	

**DOPEŁNIAJĄCE****R****D**

potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;

potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punktu należący do jej wykresu;

sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe

rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;

**WYKRACZAJĄCE****W**

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

## IV. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI.

1	Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
2	Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań
3	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania
4	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników
5	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;
wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;	zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;
zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;	umie rozpoznać układy równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;
zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;	potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;
zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;	
potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;	
potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;	potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;
	potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;	
potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;	
potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny;	

## V. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI WYBRANYCH FUNKCJI.

1	Funkcja kwadratowa
2	Funkcja kwadratowa – zastosowania
3	Proporcjonalność odwrotna
4	Funkcja wykładnicza
5	Funkcja logarytmiczna

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;	potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;	potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);
potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;
potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;	potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;
potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych;	potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną; potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;	potrafi narysować wykres funkcji
rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;	potrafi opisać własności funkcji
potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;	potrafi porównać potęgi o tych samych podstawach i wykładnikach rzeczywistych;
zna definicję funkcji wykładniczej;	potrafi obliczać wartość funkcji wykładniczej dla danego argumentu;
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;	potrafi odczytać z wykresu funkcji wykładniczej argumenty dla danej wartości funkcji;
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;	potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;
potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;	potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;
zna definicję funkcji logarytmicznej;	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje funkcję logarytmiczną;
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;	

**DOPEŁNIAJĄCE****R****D**

potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji logarytmicznej;

posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych (wykładniczych i logarytmicznych).

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji logarytmicznych (wykładniczych i logarytmicznych).



## VI. GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE. TRÓJKĄTY.

1	Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona
2	Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta
3	Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie
4	Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie
5	Twierdzenie Talesa
6	Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie
7	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
8	Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie
9	Przystawanie trójkątów
10	Podobieństwo trójkątów
11	Podobieństwo trójkątów – zastosowanie w zadaniach
12	Wektor na płaszczyźnie.

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;

**PODSTAWOWE**

K	P
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;	
wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie;	
zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;	
zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	
zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	
zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;
zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;	zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);
	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
	zna prawa dotyczące działań na wektorach;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

## WYKRACZAJĄCE

### W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;

umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;

potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;

potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;

## VII. TRYGNOMETRIA KĄTA OSTREGO

1	Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym
2	Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
3	Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;	
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

## VIII. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

1	Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje
2	Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX
3	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY
4	Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY
5	Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0)
6	Wykres funkcji $y =  f(x) $ oraz $y = f( x )$
7	Wykres funkcji $y = k \cdot f(x)$ oraz $y = f(k \cdot x)$ , gdzie $k \neq 0$
8	Szkicowanie wykresów wybranych funkcji
9	Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych	potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ , $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY	potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $f$ przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)	
potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$	

## DOPEŁNIAJĄCE

R

D

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;

potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

zna prawa dotyczące działań na wektorach;

potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności

potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

## IX. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

1	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej
2	Odległość między liczbami na osi liczbowej
3	Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej
4	Proste równania z wartością bezwzględną
5	Proste nierówności z wartością bezwzględną
6	Własności wartości bezwzględnej
7	Równania z wartością bezwzględną
8	Nierówności z wartością bezwzględną
9	Równanie liniowe z parametrem
10	Nierówność liniowa z parametrem
11	Równanie liniowe z wartością bezwzględną i z parametrem
12	Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną	potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a  = b$ , $ x - a  < b$ , $ x - a  > b$
potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby	potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału
umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami	potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność
rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a  = b$	wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość
zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
	rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

WYKRACZAJĄCE
W
rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;



## X. FUNKCJA KWADRATOWA.

1	Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
2	Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
3	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
4	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.
5	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
6	Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
7	Równania kwadratowe
8	Równania prowadzące do równań kwadratowych
9	Nierówności kwadratowe
10	Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych
11	Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego
12	Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną
13	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
14	Wzory Viete'a
15	Równania i nierówności kwadratowe z parametrem
16	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;	potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;	potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);
potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;
potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;	potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;
potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;	
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie $a \neq 0$	potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)	rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$

**PODSTAWOWE**

K	P
odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);
potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;
potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;	
potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;	
potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;	
potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;	
rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
<i>potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;</i>	<i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.</i>
<i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;</i>	
<i>potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;</i>
<i>potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;</i>

## WYKRACZAJĄCE

### W

*potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.*

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

## XI. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.

1	Okrąg. Położenie prostej i okręgu
2	Wzajemne położenie dwóch okręgów
3	Koła i kąty
4	Twierdzenie o stycznej i siecznej
5	Wybrane konstrukcje geometryczne
6	Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie
7	Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;	
zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;	potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;	zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań

**PODSTAWOWE**

K	P
zna definicję stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;
zna twierdzenie o odcinkach stycznych;	rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;	rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;	
zna twierdzenie o stycznej i siecznej;	
zna twierdzenie o cięciwach;	
zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;	
potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;
zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;	
potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;
wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;
zna twierdzenie o kątach wpisanych i dopisanych do okręgu, opartych na tym samym łuku;	potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;

## DOPEŁNIAJĄCE

R

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;

potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne

stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach

rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;

D

przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;

umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;

potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;

potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;

umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;

umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

## XII. TRYGNOMETRIA.

1	Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta
2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne
3	Wybrane wzory redukcyjne
4	Kąt skierowany. Miara łukowa kąta
5	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej
6	Wykresy funkcji trygonometrycznych

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;	
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
Zna wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ ;	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;	
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;



**DOPEŁNIAJĄCE****R**

potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:

potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;

**D**

potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;

**WYKRACZAJĄCE****W**

*potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.*

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

### XIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA.

1	Odcinek w układzie współrzędnych
2	Równanie kierunkowe prostej
3	Równanie ogólne prostej
4	Równanie okręgu
5	Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol
6	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;	potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;	potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;	potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);	
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;	
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);	
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna definicję równania ogólnego prostej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
<i>potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;</i>	<i>potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;</i>
<i>potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu;</i>	<i>sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe</i>
	<i>rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;</i>
	<i>zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);</i>
	<i>wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;</i>
	<i>potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;</i>
	<i>zna prawa dotyczące działań na wektorach;</i>
	<i>potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;</i>
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu;	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;	
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	

## WYKRACZAJĄCE

### W

*rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;*

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

## XIV. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

1	Twierdzenie sinusów
2	Twierdzenie cosinusów
3	Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań
4	Pole figury geometrycznej
5	Pole trójkąta, cz.1
6	Pole trójkąta, cz.2
7	Pola trójkątów podobnych
8	Pole koła, pole wycinka koła
9	Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	

## DOPEŁNIAJĄCE

R

D

potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;

potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;

rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;

potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

## XV. WIELOMIANY

1	Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej
2	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
3	Równość wielomianów
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór $a^n - b^n$
5	Podzielność wielomianów
6	Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera
7	Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1
8	Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta
9	Pierwiastki wymierne wielomianu
10	Pierwiastek wielokrotny
11	Rozkład wielomianu na czynniki
12	Równania wielomianowe
13	Zadania prowadzące do równań wielomianowych
14	Równania wielomianowe z parametrem
15	Funkcje wielomianowe
16	Nierówności wielomianowe

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;	potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;
potrafi wskazać jednomiany podobne;	potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;
potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;	sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;
potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);	potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)
potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;	potrafi zastosować wzór $a^n - b^n$
potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia	potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;	potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;	potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;
potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;	potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;
rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;	potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;

potrafi rozpoznać wielomiany równe;	potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;
zna następujące wzory skróconego mnożenia:	potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów;
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;	
zna wzór $a^n - b^n$	
potrafi podzielić wielomian przez dwumian	
potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;	
potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;	
zna twierdzenie Bezouta;	
zna twierdzenie o reszcie;	
potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;	

#### DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;
potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;	
rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciiany;	
stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciiany do rozwiązywania różnych zadań;	
przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;	
potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;	
zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych;	
potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;	

#### WYKRACZAJĄCE

##### W

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów



## XVI. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

1	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
2	Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
3	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
4	Działania na ułamkach algebraicznych
5	Równania wymierne
6	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
7	Nierówności wymierne
8	Zadania na dowodzenie z zastosowaniem średniej arytmetycznej, średniej geometrycznej i średniej kwadratowej kilku liczb
9	Funkcja homograficzna
10	Funkcje wymierne

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej	potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych
potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań	rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych
potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
zna definicję równania wymiernego	
potrafi rozwiązywać proste równania wymierne	
zna definicję nierówności wymiernej	
potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne	
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności	
wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem	
zna definicję funkcji wymiernej	
potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej	

**PODSTAWOWE**

K	P
zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ $i ad - cb \neq 0$	
potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ $i ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną)
potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem
potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych
potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej
potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna	
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych	

**WYKRACZAJĄCE**

W
potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

## XVII. CIĄGI

1	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
2	Monotoniczność ciągów
3	Ciąg arytmetyczny
4	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
5	Ciąg geometryczny
6	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
7	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
8	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe
9	Granica ciągu liczbowego
10	Obliczanie granic ciągów zbieżnych
11	Wybrane własności ciągów zbieżnych
12	Ciągi rozbieżne do nieskończoności
13	Szereg geometryczny

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)	wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący
wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych	potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości
potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów
potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych	potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
zna definicję ciągu arytmetycznego	stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;	określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny	wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę	wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego;	potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę $n$ kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
zna definicję ciągu geometrycznego;	stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych	potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;	potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz	potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;	wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie
zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;	wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny
potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;	oblicza oprocentowanie lokaty
oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji	określa okres oszczędzania
rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;	bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;	oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych
potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);	oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;	
zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;	
sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu
wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;
potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;	potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny	potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
określa monotoniczność ciągu geometrycznego	zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań	
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny	
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;	
potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym	
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym	
rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym	
oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych	
zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego	
zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych	
stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach

## XVIII. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje
4	Kombinacje
5	Kombinatoryka – zadania różne
6	Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala

**Uczeń:**

## PODSTAWOWE

K	P
zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;	wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;	wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;	wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań

**PODSTAWOWE**

K	P
zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;	wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
zywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;	umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona
przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia	w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów
wypisuje permutacje danego zbioru	rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona
oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru	
przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni	
oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń	
oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami	
stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	
zna symbol Newtona	
oblicza wartość symbolu Newtona	
zna własności symbolu Newtona	
zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji	oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów
rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona	prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki
	prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala

**WYKRACZAJĄCE**

W
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

## XIX. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

1	Podział czworokątów. Trapezoidy
2	Trapezy
3	Równoległoboki
4	Okrąg opisany na czworokącie
5	Okrąg wpisany w czworokąt
6	Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie
7	Podobieństwo. Czworokąty podobne

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna podział czworokątów;	potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań
potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;
wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa $180^\circ$ i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;	korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)
zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.
potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;	umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;
zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	
wie, jakie własności ma romb;	
zna własności prostokąta i kwadratu;	
wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;	
zna własności deltoidu;	
rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;	
zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań;	
potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg;	
zna i rozumie definicję podobieństwa;	
potrafi wskazać figury podobne;	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;	umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;	potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;
	korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

## XX. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

1	Pole prostokąta Pole kwadratu
2	Pole równoległoboku. Pole rombu
3	Pole trapezu
4	Pole czworokąta
5	Pola figur podobnych
6	Mapa. Skala mapy

## Uczeń:

## PODSTAWOWE

K	P
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost	



**PODSTAWOWE**

K	P
<i>proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań</i>	
potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
zna wzory na pole równoległoboku;	zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.
zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
<i>potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;</i>	<i>potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;</i>
<i>potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;</i>	<i>rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)</i>
<i>potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;</i>	<i>potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.</i>
<i>potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;</i>	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).	potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
	potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
	potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

## WYKRACZAJĄCE

### W

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

## XXI. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

1	Granica funkcji w punkcie
2	Obliczanie granicy funkcji w punkcie
3	Granice jednostronne funkcji w punkcie
4	Granica funkcji w nieskończoności
5	Granica niewłaściwa funkcji
6	Ciągłość funkcji w punkcie
7	Ciągłość funkcji w zbiorze
8	Asymptoty wykresu funkcji
9	Pochodna funkcji w punkcie
10	Funkcja pochodna
11	Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej
12	Styczna do wykresu funkcji
13	Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
14	Ekstrema lokalne funkcji
15	Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale
16	Zadania optymalizacyjne

### Uczeń:

#### PODSTAWOWE

K	P
uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu	uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie	oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie
oblicza granice funkcji w punkcie	oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie
zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie	stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
oblicza granice funkcji w nieskończoności	sprawdza ciągłość funkcji w punkcie

**PODSTAWOWE**

K	P
oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie	sprawdza ciągłość funkcji
oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie	wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania
wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji	potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze)
zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji
korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie	potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej
zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji	potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej
zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym
potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów	potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i narysować jej wykres
zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej	potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji
stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym	potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach	potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk
zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa)	potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji
potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności
zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna	
potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych	
wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki	
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna	
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie	

**WYKRACZAJĄCE**

W
rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;

## XXII. TRYGONOMETRIA

1	Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych
2	Równania trygonometryczne
3	Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy
4	Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta
5	Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych
6	Nierówności trygonometryczne
7	Pochodne funkcji trygonometrycznych

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;	potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;
wie co to jest miara łukowa kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;
potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie	potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu $y=ax$
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $a$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;
zna wzory redukcyjne;	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \sin x$ i omówić jej własności;	potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \cos x$ i omówić jej własności;	potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} x$ i omówić jej własności;	wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{ctg} x$ i omówić jej własności;	

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor)	potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;
zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;	oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne
potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych	oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych
zna granice funkcji $\frac{\sin x}{x}$ przy $x$ dążącym do 0	
zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta	potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;
potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej	potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkocować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;
potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:	
potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;	
potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);	
potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;	
potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;	
potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;	
potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;	
potrafi szkicować wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$ ;	
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ , $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;	potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek	potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;
potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;
potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych	potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr
potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne	potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne
potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna	

## WYKRACZAJĄCE

## W

<i>potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.</i>
<i>potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.</i>
<i>potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.</i>
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania

## XXIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
2	Kąt między niezerowymi wektorami
3	Proste w układzie współrzędnych
4	Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
5	Pole trójkąta. Pole wielokąta
6	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu
7	Wzajemne położenie dwóch okręgów
8	Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych

Uczeń:

**PODSTAWOWE**

K	P
zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostokątności prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	
zna definicję równania ogólnego prostej;	
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	
zna warunek równoległości oraz prostokątności prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych	potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory



**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne	potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów
zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory	potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)
zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki	potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi	potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności.
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;	
wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią	
zna pojęcie jednokładności o środku S i skali $k \neq 0$ (także w ujęciu analitycznym);	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
<i>potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności</i>	<i>sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe</i>
<i>potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych</i>	<i>rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;</i>
<i>potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;</i>	<i>potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;</i>



## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną
rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)	
stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności	
dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się	
potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią	

## WYKRACZAJĄCE

W
rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej)